

# 11. Aufgabenblatt: Analysis 1

Lehrkräfteweiterbildung, 13 Q, 13 R, Sommer 2024

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

**Aufgabe 11.1** Seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die Funktionen

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x, \quad g(x) = (x^2 - 3)e^{-x}.$$

- 1) Zeigen Sie, dass  $f$  streng monoton fallend ist.
- 2) In welchen Bereichen ist  $g$  monoton steigend bzw. monoton fallend.
- 3) Wo hat  $g$  lokale Extrema? (2 Lösungswege)

**Aufgabe 11.2** Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die Funktion  $f(x) = x^3 - 2x + 1$ .

Finden Sie für  $a = -1$  und  $b = 5$  ein  $c \in ]a, b[$  mit

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

**Aufgabe 11.3** Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass für alle reellen Zahlen  $0 < a < b$  folgende Ungleichung gilt.

$$\frac{b - a}{b} < \ln\left(\frac{b}{a}\right) < \frac{b - a}{a}$$

**Aufgabe 11.4** Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  und  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  die Funktion:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

Untersuchen Sie in Abhängigkeit von  $a$  und  $b$ , an welchen Stellen  $f$  lokale Extrema hat und welcher Art diese sind.